

Guía para ETS: Análisis de Series de Tiempo

Referencia de estudio para examen global

Propósito de la guía

Esta guía sirve como referencia de estudio para el Examen a Título de Suficiencia de la asignatura: no solo enumera temas, sino que explica algunos conceptos básicos, muestra flujos de análisis, estrategias de modelado y bloques con ejemplos prácticos.

Nota: El contenido del examen se basará en los temas incluidos en esta guía; sin embargo, puede variar en profundidad, complejidad, nivel de formalización, tipo de ejemplo, interpretación requerida y forma de aplicación práctica.

Competencia general del curso

Evaluar series de tiempo con base en modelos estadísticos, identificando su naturaleza temporal, sus propiedades de estacionariedad, su estructura de dependencia, su comportamiento espectral y la calidad de modelos de pronóstico.

Mapa rápido de estudio

Contenido temático por unidad:

- **Unidad I.** Características de series de tiempo: naturaleza estocástica, visualización, componentes, estacionariedad, ACF/PACF y pruebas estadísticas.
- **Unidad II.** Procesos lineales en tiempo discreto: AR, MA, ARMA, ARIMA, ARMAX, SARIMA/SARIMAX, estimación, diagnóstico de residuos, validación y métricas.
- **Unidad III.** Análisis espectral y filtrado: periodicidad, ciclos, densidad espectral, Fourier, estimación espectral, espectros cruzados, coherencia y filtros lineales.

Unidad I: Características de series de tiempo

1. Naturaleza de una serie de tiempo

Una serie de tiempo es una trayectoria observada de un proceso estocástico indexado en el tiempo. No basta con que los datos tengan una fecha: debe existir orden temporal, dependencia entre observaciones y una variable medida de forma comparable a través del tiempo.

Elementos mínimos:

1. Índice temporal ordenado.
2. Frecuencia explícita o unidad de muestreo.
3. Variable objetivo cuantitativa.
4. Observaciones comparables en intervalos regulares o justificadamente irregulares.
5. Contexto del fenómeno para interpretar tendencia, estacionalidad, ciclos, rupturas y valores atípicos.

Diferencia contra datos i.i.d.: en estadística clásica muchas técnicas suponen observaciones independientes. En series de tiempo, el pasado puede influir en el presente; por eso el orden no se debe barajar y la validación debe respetar la secuencia temporal.

2. Componentes principales

Una serie puede descomponerse conceptualmente como:

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

o, si la amplitud crece con el nivel:

$$y_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$$

- **Tendencia:** movimiento sostenido ascendente o descendente del nivel medio.
- **Estacionalidad:** patrón que se repite con periodo fijo conocido, por ejemplo 12 meses en datos mensuales.
- **Ciclo:** oscilación recurrente pero no necesariamente fija; puede cambiar de amplitud o duración.
- **Ruido:** variación aleatoria no explicada por estructura sistemática.
- **Ruptura estructural:** cambio abrupto o persistente en media, varianza, tendencia o relación entre variables.

3. Características estadísticas básicas

- **Media o esperanza:** valor promedio alrededor del cual fluctúa la serie.
- **Varianza:** dispersión o volatilidad de los valores.
- **Autocovarianza:** dependencia lineal entre valores separados por un rezago.
- **Autocorrelación:** versión normalizada de la autocovarianza; facilita comparar rezagos.
- **Rezago:** distancia temporal entre observaciones, por ejemplo y_t e y_{t-i} .

4. Concepto de Estacionariedad

La estacionariedad describe estabilidad estadística en el tiempo. Una serie débilmente estacionaria cumple:

- $E[y_t] = \mu$, media constante.
- $\text{Var}(y_t) = \sigma^2$, varianza constante.
- $\text{Cov}(y_t, y_{t-k}) = \gamma(k)$, depende solo del rezago k .

Importancia: muchos modelos lineales como ARMA requieren dependencia temporal estable. Si la serie tiene tendencia, raíz unitaria, varianza cambiante o estacionalidad fuerte, el modelo puede confundir estructura sistemática con autocorrelación.

Estacionaria no significa plana. Una serie puede fluctuar mucho y ser estacionaria si sus propiedades estadísticas se mantienen constantes.

5. Pruebas estadísticas ADF, KPSS y diagnóstico de estacionariedad

ADF (Augmented Dickey-Fuller): prueba de raíz unitaria.

Hipótesis nula H_0 : la serie tiene raíz unitaria; no es estacionaria.

Regla: si $p\text{-value} < 0.05$, se rechaza H_0 y hay evidencia a favor de la estacionariedad.

KPSS: prueba complementaria.

Hipótesis nula H_0 : la serie es estacionaria alrededor de una constante o tendencia.

Regla: si $p\text{-value} < 0.05$, se rechaza H_0 y hay evidencia contra estacionariedad.

Lectura conjunta:

ADF rechaza y KPSS no rechaza: evidencia favorable de estacionariedad.

ADF no rechaza y KPSS rechaza: evidencia de no estacionariedad.

Ambas rechazan: posible estructura compleja, cambios de régimen o mala especificación.

Ninguna rechaza: evidencia insuficiente; revisar gráfica, tamaño de muestra y especificación.

Selección de especificación ADF:

- Sin constante: serie centrada alrededor de cero.
- Con constante: serie oscila alrededor de media distinta de cero.

- Con constante y tendencia: serie tiene crecimiento o decrecimiento lineal persistente.

Un error común es aplicar solo constante a una serie con tendencia; la prueba puede confundir tendencia determinística con raíz unitaria.

6. Análisis de Autocorrelación: ACF y PACF

ACF: mide la correlación entre y_t e y_{t-k} . Incluye efectos directos e indirectos de rezagos intermedios.

PACF: mide la relación directa entre y_t e y_{t-k} controlando los rezagos intermedios.

Uso para identificación:

- Corte claro en ACF: posible componente MA(q).
- Corte claro en PACF: posible componente AR(p).
- Si ACF y PACF decaen gradualmente: posible ARMA.

Después de ajustar un modelo, ACF/PACF de residuos deben mostrar ausencia de patrones significativos. Si los residuos aún tienen autocorrelación, el modelo dejó señal temporal sin capturar.

7. Prueba de Ljung-Box

La prueba de Ljung-Box evalúa conjuntamente si las autocorrelaciones hasta cierto rezago son cero.

H_0 : no hay autocorrelación hasta los rezagos evaluados.

H_1 : existe autocorrelación.

Interpretación: p-value < 0.05 indica dependencia temporal significativa. En residuos, eso sugiere que el modelo no capturó toda la estructura.

Unidad II: Procesos lineales en tiempo discreto

1. Ruido blanco

Un proceso de ruido blanco tiene media cero, varianza constante y ausencia de autocorrelación. En modelado, no esperamos que la serie original sea ruido blanco, pero sí que los residuos de un buen modelo se parezcan a ruido blanco.

2. Modelos AR, MA y ARMA

AR(p): modelo autorregresivo de orden p. El valor actual de la serie se explica por una constante, por sus p valores pasados y por un choque aleatorio contemporáneo.

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

MA(q): modelo de media móvil de orden q. El valor actual de la serie se explica por una constante y por una combinación lineal del error actual y de q errores pasados.

$$y_t = c + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

ARMA(p, q): combina la parte autorregresiva AR(p) y la parte de media móvil MA(q). Se usa para series estacionarias cuya dependencia temporal requiere rezagos de la propia serie y rezagos de los errores. ARMA requiere que la serie ya sea estacionaria. Para procesos simples, una condición típica de estabilidad es que los parámetros mantengan las raíces fuera del círculo unitario; de forma intuitiva, los choques deben disiparse con el tiempo y no crecer indefinidamente.

Definiciones de la notación:

- y_t : valor observado de la serie en el tiempo t.
- c: constante o intercepto del modelo.
- p: número de rezagos autorregresivos incluidos.
- q: número de rezagos de error incluidos en la media móvil.
- i, j: índices de suma para los rezagos.
- ϕ_i : coeficiente autorregresivo asociado al rezago i de la serie.
- θ_j : coeficiente de media móvil asociado al error del rezago j.
- ε_t : choque aleatorio o innovación en el tiempo t, usualmente modelado como ruido blanco.
- ε_{t-j} : innovación rezagada j periodos.

3. ARIMA y diferenciación

ARIMA(p, d, q) agrega diferenciación para trabajar con series no estacionarias.

p: orden autorregresivo.

d: número de diferencias regulares.

q: orden de media móvil.

Diferencia regular:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

Sirve para remover tendencia local o raíz unitaria. Sobrediferenciar puede introducir ruido y patrones artificiales, por lo que d debe justificarse con gráfica, ADF/KPSS y ACF/PACF.

Diferencia estacional:

$$\Delta_s y_t = y_t - y_{t-s}$$

En datos mensuales con patrón anual, $s = 12$. En datos trimestrales, $s = 4$. En datos diarios con patrón semanal, $s = 7$.

4. Transformaciones

Las transformaciones son operaciones aplicadas a la serie original para modificar su escala, estabilizar su variabilidad o eliminar patrones que dificultan el modelado. No cambian el fenómeno de estudio; cambian la representación matemática de los datos para que sus propiedades sean más compatibles con los supuestos del modelo.

En series de tiempo se usan principalmente para reducir tendencia, estabilizar varianza, convertir relaciones multiplicativas en aditivas, hacer más evidente la estacionariedad y mejorar la interpretación de ACF/PACF, pruebas estadísticas y residuos. Toda transformación debe justificarse y, al pronosticar, conviene regresar los resultados a la escala original para interpretarlos correctamente.

1. **Logaritmo:** útil cuando la varianza aumenta con el nivel. Convierte relaciones multiplicativas en relaciones aproximadamente aditivas y permite interpretar diferencias como tasas aproximadas de cambio.
2. **Box-Cox:** familia de transformaciones para estabilizar varianza.
3. **Diferenciación regular:** ataca tendencia.
4. **Diferenciación estacional:** ataca patrones repetitivos de periodo fijo.

5. SARIMA y SARIMAX

SARIMA agrega componentes estacionales:

$$\text{SARIMA}(p, d, q)(P, D, Q)_s$$

P: componente AR estacional.

D: diferencia estacional.

Q: componente MA estacional.

s: periodo estacional.

Ejemplo práctico para AirPassengers:

$$\text{SARIMA}(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$$

Captura una diferencia regular, una diferencia estacional y choques de corto plazo y estacionales.

SARIMAX agrega variables exógenas. Una variable exógena debe tener sentido predictivo y estar disponible o ser pronosticable en el horizonte futuro. Ejemplos: precio, promociones, temperatura, días hábiles, festivos, gasto publicitario o indicadores económicos.

6. ARMAX

ARMAX extiende ARMA con variables externas. La serie principal es la variable que se quiere modelar o pronosticar; la exógena no forma parte directa de la serie, pero puede explicar su evolución. Ejemplo: ventas diarias explicadas por publicidad, temperatura o precio.

7. Estimación por máxima verosimilitud

La máxima verosimilitud busca los parámetros que hacen más probable observar los datos bajo el modelo. En ARMA/ARIMA/SARIMA, el ajuste suele maximizar una log-verosimilitud. Un log-likelihood más alto, por sí solo, no basta para elegir modelo porque modelos más complejos tienden a ajustar mejor dentro de la muestra.

Criterios de información:

$$\text{AIC} = -2\ell + 2k$$

Balancea ajuste y complejidad; útil para el desempeño predictivo esperado.

$$\text{BIC} = -2\ell + k \ln(n)$$

Penaliza más la complejidad cuando crece el tamaño de muestra; favorece modelos parsimoniosos.

Menor AIC/BIC suele ser preferible, pero debe contrastarse con residuos y error fuera de muestra.

8. Diagnóstico de residuos

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

Un buen modelo debe dejar residuos con:

- Media cercana a cero.

- Varianza aproximadamente constante.
- Sin autocorrelación significativa.
- Sin patrones sistemáticos visibles.
- Normalidad razonable si se interpretan intervalos e inferencia.

Pruebas frecuentes:

Ljung-Box: autocorrelación residual. Se desea p-value > 0.05 .

Jarque-Bera: normalidad de residuos. Se desea p-value alto si se requiere inferencia normal.

ARCH-LM o heteroskedasticity test: estructura en la varianza. Se desea p-value > 0.05 para homocedasticidad.

Skew: asimetría; se espera cerca de 0.

Kurtosis: colas; se espera cerca de 3 en normalidad.

Si los residuos tienen autocorrelación, todavía hay información temporal sin modelar. Si los residuos al cuadrado tienen autocorrelación, puede haber heterocedasticidad condicional.

9. Heterocedasticidad y ARCH

Heterocedasticidad: la varianza de los errores cambia con el tiempo o con el nivel.

ARCH: la varianza condicional depende de errores pasados al cuadrado.

ARCH-LM:

H0: no hay efectos ARCH; varianza constante.

H1: la varianza depende de los rezagos.

Un p-value pequeño indica que la volatilidad tiene estructura y puede requerir transformación, ARCH/GARCH o una advertencia sobre intervalos.

10. Pronóstico y validación temporal

En series de tiempo no se debe usar partición aleatoria porque produce fuga de información futura. La división correcta respeta el orden temporal:

- Entrenamiento: bloque inicial.
- Validación: bloque posterior para seleccionar modelo.
- Prueba: bloque final para evaluar desempeño realista.

One-step ahead: predice un solo paso futuro y luego incorpora el valor real. Suele tener menor acumulación de error y se usa en actualización continua.

Multi-step ahead: predice varios pasos futuros consecutivos. La incertidumbre crece con el horizonte y los errores pueden acumularse.

Estrategias multi-step:

- Recursiva: usa predicciones anteriores como entradas futuras.
- Directa: entrena modelos separados para cada horizonte.
- MIMO: un modelo predice todo el horizonte de una vez.

11. Métricas de pronóstico

Las métricas de pronóstico cuantifican la diferencia entre el valor observado y_t y el valor pronosticado $\hat{y}_t$. Sirven para comparar modelos, comunicar el tamaño del error y elegir una alternativa de pronóstico según el costo práctico de equivocarse. No existe una métrica universal: la elección depende de la escala de la serie, la presencia de valores cero, la sensibilidad a errores grandes, la necesidad de comparar varias series y el contexto del problema.

MAE (Error absoluto medio)

$$\text{MAE} = (1/n) \sum |y_t - \hat{y}_t|$$

Mide el error promedio en unidades originales, sin elevar los errores al cuadrado. Se recomienda cuando se quiere una interpretación directa y robusta frente a valores atípicos moderados. Es útil para comunicar preguntas como: “en promedio, ¿cuántas unidades se equivoca el modelo?”.

MSE (Error cuadrático medio)

$$\text{MSE} = (1/n) \sum (y_t - \hat{y}_t)^2$$

Mide el promedio de los errores al cuadrado, por lo que penaliza más los errores grandes. Se recomienda cuando los errores grandes son especialmente costosos o inaceptables, aunque su interpretación es menos directa porque queda en unidades cuadradas.

RMSE (Raíz del error cuadrático medio)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}}$$

Regresa el MSE a las unidades originales y conserva la penalización fuerte sobre errores grandes. Se recomienda cuando se desea comparar modelos en la misma escala de la variable y, al mismo tiempo, castigar pronósticos con fallas grandes.

MAPE (Error porcentual absoluto medio)

$$\text{MAPE} = (100/n) \sum |(y_t - \hat{y}_t)/y_t|$$

Expresa el error como porcentaje del valor observado. Se recomienda cuando se necesita una lectura porcentual fácil de comunicar y la serie no tiene valores cero o muy pequeños. No es adecuado si y_t puede ser cero, cercano a cero o cambiar de signo, porque el porcentaje puede explotar o volverse engañoso.

sMAPE (Error porcentual absoluto medio simétrico)

$$\text{sMAPE} = (100/n) \sum [2|y_t - \hat{y}_t| / (|y_t| + |\hat{y}_t|)]$$

Es una variante porcentual que intenta reducir la asimetría del MAPE al considerar tanto el valor observado como el pronosticado. Se recomienda cuando se quiere una medida porcentual más equilibrada, aunque todavía puede ser inestable si los valores observados y pronosticados son muy pequeños.

MASE (Error absoluto medio escalado)

$$\text{MASE} = \text{MAE} / \text{MAE}_{\text{naive}}$$

Compara el error del modelo contra el error de un modelo ingenuo de referencia. Se recomienda cuando se necesitan comparar series con distintas escalas o unidades. Si $\text{MASE} < 1$, el modelo mejora al pronóstico ingenuo; si $\text{MASE} > 1$, el modelo es peor que esa referencia.

Criterio práctico de selección: usa MAE cuando la interpretación directa sea prioritaria; RMSE o MSE cuando los errores grandes deban castigarse; MAPE o sMAPE cuando el porcentaje sea importante y no haya ceros problemáticos; y MASE cuando se comparen varias series o se necesite una evaluación relativa contra un modelo base.

Unidad III: Análisis espectral y filtrado

1. Periodicidad y ciclo

- Periodicidad: repetición exacta después de un intervalo constante.
- Ciclo: patrón recurrente aproximado, con duración, amplitud o forma variable.

Esta distinción es clave: no todo ciclo justifica un SARIMA estacional. Forzar un periodo fijo sin respaldo puede producir un modelo difícil de defender.

2. Dominio del tiempo vs dominio de la frecuencia

Dominio del tiempo: analiza valores, rezagos, autocorrelaciones y evolución temporal.

Dominio de la frecuencia: analiza qué frecuencias o periodicidades dominan la variabilidad.

El análisis espectral complementa la ACF porque transforma dependencia temporal en componentes de frecuencia.

3. Densidad espectral

Para una serie débilmente estacionaria, la densidad espectral describe cómo se distribuye la potencia o varianza de la serie entre distintas frecuencias. Formalmente, es la transformada de Fourier de la función de autocovarianza.

Interpretación:

- Frecuencias cercanas a cero: patrones lentos o de largo plazo.
- Frecuencias altas: variaciones rápidas.
- Picos espectrales: periodicidades o ciclos dominantes.
- Ruido blanco: potencia aproximadamente plana en todas las frecuencias.

4. Transformada de Fourier y periodograma

La transformada de Fourier descompone una señal compleja en senos y cosenos de distintas frecuencias, amplitudes y fases. En análisis de series de tiempo, permite identificar qué frecuencias están presentes y con qué intensidad.

Periodograma: estimador no paramétrico simple de la densidad espectral basado en la transformada discreta de Fourier. Puede ser ruidoso.

Método de Welch: promedia periodogramas por segmentos para obtener una estimación más estable.

Métodos paramétricos: asumen un modelo como AR, MA o ARMA y calculan el espectro desde los parámetros estimados.

Comparación:

No paramétrico: menos supuestos, más directo, puede ser ruidoso.

Paramétrico: más suave e interpretable si el modelo es correcto, pero depende de la especificación.

5. Series múltiples, espectro cruzado y coherencia

La densidad espectral cruzada describe cómo dos series se relacionan en el dominio de la frecuencia.

Magnitud: fuerza de la relación lineal entre dos series a una frecuencia.

Fase: desfase o retardo temporal entre componentes de frecuencia.

Coherencia: medida normalizada de correlación lineal entre señales en una frecuencia; valores altos sugieren relación fuerte en esa banda.

Aplicación: detectar si dos variables comparten ciclos, si una serie antecede a otra o si la relación solo aparece en ciertas frecuencias.

6. Filtrado

Un filtro modifica o elimina componentes de frecuencia de una señal.

- Filtro pasa bajos: conserva frecuencias bajas y atenúa altas; útil para suavizar ruido rápido.
- Filtro pasa altos: conserva frecuencias altas y atenúa bajas; útil para remover tendencia lenta.
- Filtro pasa banda: conserva un rango específico; útil para aislar un ciclo de interés.
- Filtro rechaza banda: atenúa un rango específico; útil para remover interferencia periódica.

Conceptos clave:

Respuesta al impulso: salida del filtro ante un impulso unitario.

Función de transferencia: transformada de Fourier de la respuesta al impulso; muestra qué frecuencias pasan o se atenúan.

Frecuencia de corte: frecuencia donde empieza la atenuación relevante.

Orden del filtro: controla qué tan abrupta es la transición entre banda de paso y rechazo.

Flujo práctico en Python

1. Construcción de la serie

Cargar datos, convertir fecha a índice temporal, ordenar, asignar frecuencia, verificar duplicados, nulos, unidades y rango temporal. Una serie mal definida temporalmente invalida el modelado posterior. En este ejemplo se usa AirPassengers, una serie mensual de pasajeros internacionales de aerolíneas entre 1949 y 1960.

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

url = "https://raw.githubusercontent.com/jbrownlee/Datasets/master/airline-passengers.csv"
df = pd.read_csv(url, parse_dates=["Month"])
serie = df.set_index("Month")["Passengers"].asfreq("MS")

print(serie.head())
print(serie.index.freq)
print(serie.isna().sum())
```

2. Exploración inicial

Graficar la serie original. Reportar contexto, variable objetivo, unidad, frecuencia, rango temporal, valores faltantes, tendencia, estacionalidad, ciclos, atípicos y posibles rupturas. En AirPassengers se espera observar tendencia creciente y estacionalidad anual.

```
serie.plot(title="AirPassengers: pasajeros mensuales", figsize=(10, 4))
plt.ylabel("Pasajeros")
plt.xlabel("Fecha")
plt.show()
```

3. Componentes y estadísticos móviles

Usar descomposición o inspección visual para separar tendencia, estacionalidad y residuo. Revisar media móvil y varianza móvil para detectar inestabilidad. En esta serie conviene probar una descomposición multiplicativa porque la amplitud estacional crece con el nivel.

```

from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose

descomp = seasonal_decompose(serie, model="multiplicative", period=12)
descomp.plot()
plt.show()

rolling = serie.rolling(window=12)
media_movil = rolling.mean()
desv_movil = rolling.std()

```

4. Estacionariedad y transformación

Aplicar ADF/KPSS antes y después de transformar. Justificar cada transformación:

- Logaritmo si la varianza crece con el nivel.
- Diferencia regular si hay tendencia o raíz unitaria.
- Diferencia estacional si hay patrón de periodo fijo.

```

import numpy as np
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller, kpss

log_serie = np.log(serie)
diff_log_total = log_serie.diff().diff(12).dropna()

def resumen_pruebas(x, nombre):
    adf_p = adfuller(x, autolag="AIC")[1]
    kpss_p = kpss(x, regression="c", nlags="auto")[1]
    print(f"{nombre}: ADF p-value={adf_p:.4f}, KPSS p-value={kpss_p:.4f}")

resumen_pruebas(serie, "Original")
resumen_pruebas(log_serie, "Logaritmo")
resumen_pruebas(diff_log_total, "Log + diferencia regular y estacional")

```

5. ACF/PACF y propuesta de órdenes

Leer ACF/PACF de la serie transformada. Proponer pocos modelos candidatos y explicar por qué. No elegir p, q, P, Q mecánicamente: combinar gráficos, pruebas, AIC/BIC y conocimiento del fenómeno.

```

from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf

plot_acf(diff_log_total, lags=36)

```

```
plot_pacf(diff_log_total, lags=36, method="ywm")
plt.show()
```

6. Ajuste y comparación

Ajustar ARIMA como línea base, SARIMA si hay estacionalidad y SARIMAX si existen exógenas útiles. Comparar AIC/BIC y métricas fuera de muestra. Para AirPassengers, SARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)12 es una especificación base razonable.

```
from statsmodels.tsa.statespace.sarimax import SARIMAX

train = log_serie.iloc[:-12]
test = log_serie.iloc[-12:]

modelo = SARIMAX(
    train,
    order=(0, 1, 1),
    seasonal_order=(0, 1, 1, 12),
    enforce_stationarity=False,
    enforce_invertibility=False
)
ajuste = modelo.fit(dispatch=False)
print(ajuste.summary())
```

7. Diagnóstico de residuos

Revisar residuos en el tiempo, histograma, Q-Q plot, ACF de residuos, Ljung-Box y pruebas de heterocedasticidad. Si los residuos no son ruido blanco, explicar qué estructura quedó pendiente.

```
from statsmodels.stats.diagnostic import acorr_ljungbox

residuos = ajuste.resid.dropna()
print(acorr_ljungbox(residuos, lags=[12, 24], return_df=True))
ajuste.plot_diagnostics(figsize=(10, 8))
plt.show()
```

8. Pronóstico

Hacer pronóstico con intervalos de confianza. Si el modelo se ajustó en logaritmos, regresar a escala original con exp y evaluar métricas en unidades interpretables.

```
from sklearn.metrics import mean_absolute_error, mean_squared_error

pred = ajuste.get_forecast(steps=12)
pred_log = pred.predicted_mean
pred_ic_log = pred.conf_int()

# Regresar de logaritmos a escala original.
y_test = np.exp(test)
y_pred = np.exp(pred_log)

mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred)
rmse = mean_squared_error(y_test, y_pred, squared=False)
mape = (abs((y_test - y_pred) / y_test).mean()) * 100

print(f"MAE={mae:.2f}, RMSE={rmse:.2f}, MAPE={mape:.2f}%")
```

9. Conclusión de análisis

Una conclusión completa debe incluir diagnóstico, transformaciones, modelos candidatos, comparación AIC/BIC, validación temporal, análisis de residuos, modelo elegido y limitaciones. En AirPassengers, la conclusión debe justificar por qué se usó logaritmo, por qué se aplicaron diferencias regular y estacional, si los residuos se comportan como ruido blanco y qué tan preciso fue el pronóstico fuera de muestra.

Preguntas tipo:

- Por qué datos indexados por tiempo no necesariamente representan una serie de tiempo en sentido estadístico.
- Diferencie tendencia, estacionalidad, ciclo y ruido con ejemplos.
- Defina estacionariedad débil y explique por qué es importante para ARMA.
- Compare ADF y KPSS indicando hipótesis nulas e interpretación de p-value.
- Interprete una ACF que cae lentamente y una PACF con un solo pico significativo.
- Explique qué evalúa Ljung-Box y cómo se interpreta en residuos.
- Justifique cuándo aplicar logaritmo, diferencia regular y diferencia estacional.
- Describa AR, MA, ARMA, ARIMA, SARIMA, ARMAX y SARIMAX.
- Explique qué significan p, d, q, P, D, Q y s.

- Compare AIC, BIC y métricas fuera de muestra.
- Explique por qué no se usa `train_test_split` aleatorio en series de tiempo.
- Compare one-step ahead y multi-step ahead.
- Explique qué condiciones debe cumplir una variable exógena para pronóstico.
- Describa cómo verificar si los residuos son ruido blanco.
- Explique qué indica una prueba ARCH-LM significativa.
- Diferencie periodicidad y ciclo.
- Defina densidad espectral y su relación con la autocovarianza.
- Explique el papel de la transformada de Fourier en análisis espectral.
- Compare estimación espectral paramétrica y no paramétrica.
- Explique magnitud, fase y coherencia en espectros cruzados.
- Proponga un filtro para remover tendencia, ruido de alta frecuencia o una banda no deseada.

Checklist final de estudio

Antes del examen debes poder:

- Definir formal e intuitivamente una serie de tiempo.
- Identificar componentes estructurales en una gráfica.
- Explicar la estacionariedad y diagnosticarla con pruebas estadísticas y gráficos.
- Leer ACF/PACF para proponer modelos candidatos.
- Diferenciar entre ARMA, ARIMA, SARIMA y SARIMAX.
- Justificar transformaciones y evitar sobre diferenciación.
- Interpretar AIC, BIC, log-likelihood y métricas de error.
- Diagnosticar residuos y explicar qué significa que no sean ruido blanco.
- Validar modelos sin fuga de información futura.
- Explicar densidad espectral, Fourier, periodograma, coherencia y filtrado.
- Escribir una conclusión defendible con evidencia.

Bibliografía oficial de consulta

Brockwell, P. J. & Davis, R. A. (1991). Time Series: Theory and Methods. Springer.

Guerrero, V. M. (2003). Análisis estadístico de series de tiempo económicas. Thomson.

Hamilton, J. D. (2012). Time Series Analysis. Princeton University Press.

Hyndman, R. J. & Athanasopoulos, G. (2018/2021). Forecasting: Principles and Practice. OTexts.

Peña, D. (2010). Análisis de series temporales. Alianza Editorial.

Shumway, R. H. & Stoffer, D. S. (2017). Time Series Analysis and its Applications: With R Examples. Springer.